

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1. β
A2. γ
A3. β
A4. γ
A5. α) Λάθος
β) Λάθος
γ) Σωστό
δ) Λάθος
ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

- B1. Σωστή απάντηση είναι η α.
Δικαιολόγηση:

1^{ος} Τρόπος

Αρχικά το σημείο Σ ταλαντώνεται με πλάτος 2Α. Επομένως θα ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = N\lambda \quad (1) \text{ όπου } N = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Όταν αλλάζουμε συχνότητα, θα ισχύει:

$$\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{v}{2f} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\lambda' \quad (2)$$

Επομένως η (1) θα δώσει:

$$|r_1 - r_2| = N2\lambda' \Rightarrow |r_1 - r_2| = N'\lambda', \text{ με } N' = 2N, \quad N' = 0, 2, 4 \dots$$

2^{ος} Τρόπος

Για το σημείο Σ ισχύει:

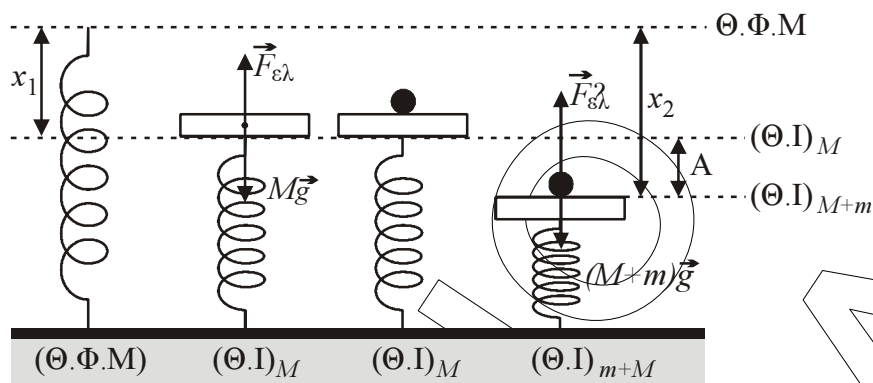
$$A' = 2A \left| \sin 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \right| = 2A$$

Όταν $f' = 2f$ θα είναι $\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{v}{2f} = \frac{\lambda}{2}$

Επομένως

$$A'_\Sigma = 2A \left| \sin 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda'} \right) \right| = 2A \left| \sin 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2 \frac{\lambda}{2}} \right) \right| = 2A \left| \sin 4\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \right| = 2A.$$

- B2.** Σωστή απάντηση είναι η α.
Δικαιολόγηση:



(Θ.Ι.)_M:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{ελ} - Mg = 0 \Rightarrow kx_1 - Mg = 0 \Rightarrow Mg = kx_1 \Rightarrow x_1 = \frac{Mg}{k} \quad (1)$$

(Θ.Ι.)_{M+m}:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{ελ}' - (M+m)g = 0 \Rightarrow kx_2 - (M+m)g = 0 \Rightarrow (M+m)g = kx_2 \Rightarrow x_2 = \frac{(M+m)g}{k} \quad (2)$$

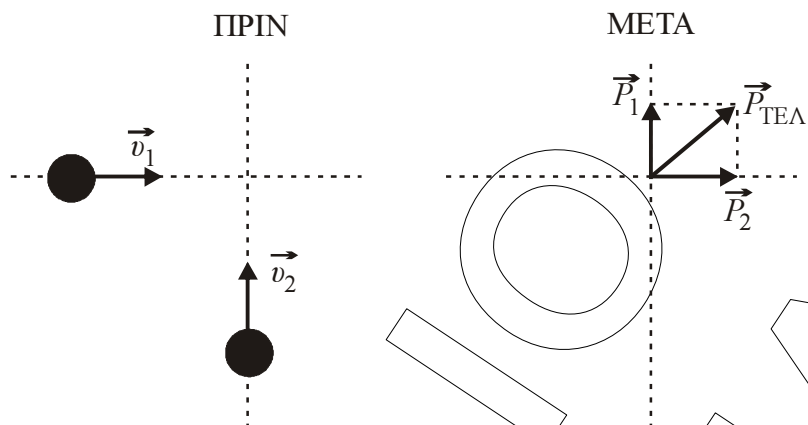
Την στιγμή που τοποθετούμε πάνω στο δίσκο το σώμα μάζας m το σύστημα δίσκος – σώμα ξεκινά ταλάντωση έχοντας μηδενική ταχύτητα. Επομένως ξεκινά την ταλάντωση του από την ακραία του θέση (Α.Θ.Ι. του M).

$$A = x_2 - x_1 = \frac{(M+m)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{Mg + mg - Mg}{k} = \frac{mg}{k}$$

$$A = \frac{mg}{k}$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} k \left(\frac{mg}{k} \right)^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{k m^2 g^2}{k^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$$

- B3.** Σωστή απάντηση είναι η β.
Δικαιολόγηση:



Κρούση $\rightarrow$ ΑΔΟ $\rightarrow \vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ.}}$

$$P_{\text{τελ.}} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} \Rightarrow P_{\text{τελ.}} = \sqrt{(2 \cdot 4)^2 + (3 \cdot 2)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ kgm/s} \Rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)v_{\text{τελ.}} = 10 \Rightarrow 5 \cdot v_{\kappa} = 10 \Rightarrow v_{\kappa} = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{Άρα: } K_{\text{συσ.}} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\kappa}^2 = \frac{1}{2}(2+3) \cdot 2^2 = 10 \text{ J.}$$

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Αρχικά ο διακόπτης Δ_1 κλειστός και ο Δ_2 ανοικτός.
Από τη σχέση της χωρητικότητας του πυκνωτή:

$$C = \frac{Q}{V_c} \Rightarrow C = \frac{Q}{E} \Rightarrow Q = C \cdot E \Rightarrow Q = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 40 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

- Γ2.** Όταν την $t = 0$ ο διακόπτης Δ_1 ανοικτός και ο Δ_2 κλειστός τότε ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται και το κύκλωμα μετατρέπεται σε κύκλωμα LC όπου ξεκινά ηλεκτρική ταλάντωση:

Η περίοδος είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = 2\pi \cdot \sqrt{16 \cdot 10^{-8}} = 2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

- Γ3.** Όταν $t = 0 \Rightarrow q = Q$ και $i = 0$.
Άρα η εξίσωση του ρεύματος είναι:
 $i = -I \sin \omega t$ (1) με $I = \omega Q$ (2)

$$\text{Όμως } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8\pi \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{4} \cdot 10000 = 2500 \text{ rad/s.}$$

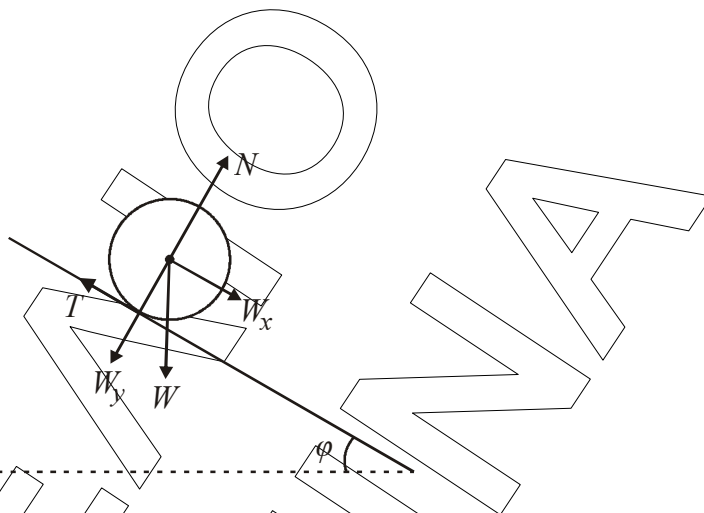
$$\text{Άρα η (2) γίνεται } I = 2500 \cdot 4 \cdot 10^{-5} = 10^4 \cdot 10^{-5} = 10^{-1} = 0,1 \text{ A.}$$

$$\text{Τελικά η (1) είναι: } i = -0,1 \sin 2500t \text{ (S.I)}$$

Γ4. Έχουμε $U_B = 3U_E$
 Από Α.Δ.Ε. έχουμε $U_E + U_B = E \Rightarrow U_E + 3U_E = E \Rightarrow 4U_E = E \Rightarrow$
 $4 \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow q^2 = \frac{Q^2}{4} \Rightarrow q = \pm \frac{Q}{2} \Rightarrow |q| = \frac{Q}{2} \Rightarrow$
 $|q| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.



Για τον δίσκο που κυλά ισχύει:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_{cm} \Rightarrow W_x - T = m \cdot a_{cm} \Rightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu 30 - T = m \cdot a_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Rightarrow$$

$$20 \cdot \frac{1}{2} - T = 2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 10 - T = 2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \quad (1)$$

Επίσης ισχύει: $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T \cdot R = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$

Επίσης ισχύει: $X = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \Rightarrow a_{cm} = \frac{2x}{t^2} \Rightarrow a_{cm} = \frac{4}{1} \Rightarrow a_{cm} = 4 \text{ m/s}^2$

Οπότε: $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 4 \text{ rad/s}^2$

Άρα:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \Rightarrow 10 - T = 2 \cdot 4 \Rightarrow 10 - T = 8 \\ (2) \Rightarrow T = 4 \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow 10 - 4 \cdot I = 8 \Rightarrow 4I = 2 \Rightarrow I = 0,5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Δ2. Δίσκος

Για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου έχω:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{cm1} \Rightarrow M \cdot g \cdot \eta\mu 30 - T_1 = M \cdot a_{cm1} \Rightarrow 5M - T_1 = M \cdot a_{cm1} \quad (3)$$

Για τη στροφική κίνηση του δίσκου έχω:

$$\Sigma \tau = I_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu1} \Rightarrow T_1 \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \frac{a_{cm1}}{R} \Rightarrow T_1 = \frac{M \cdot a_{cm1}}{2} \quad (4)$$

Από (3), (4)

$$\Rightarrow 5M - \frac{M \cdot \alpha_{cm_1}}{2} = M \cdot \alpha_{cm_1} \Rightarrow 5 - \frac{\alpha_{cm_1}}{2} = \alpha_{cm_1} \Rightarrow \frac{3}{2} \alpha_{cm_1} = 5 \Rightarrow \alpha_{cm_1} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2.$$

Δακτύλιος

Για τη μεταφορική κίνηση του δακτυλίου έχω:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{cm_2} \Rightarrow M \cdot g \cdot \eta\mu 30 - T_2 = M \cdot a_{cm_2} \Rightarrow 5M - T_2 = M \cdot a_{cm_2} \quad (5)$$

Για τη στροφική κίνηση του δακτυλίου έχω:

$$\Sigma \tau = I_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\gamma,2} \Rightarrow T_2 \cdot R = M \cdot R^2 \cdot \frac{a_{cm_2}}{R} \Rightarrow T_2 = M \cdot a_{cm_2} \quad (6)$$

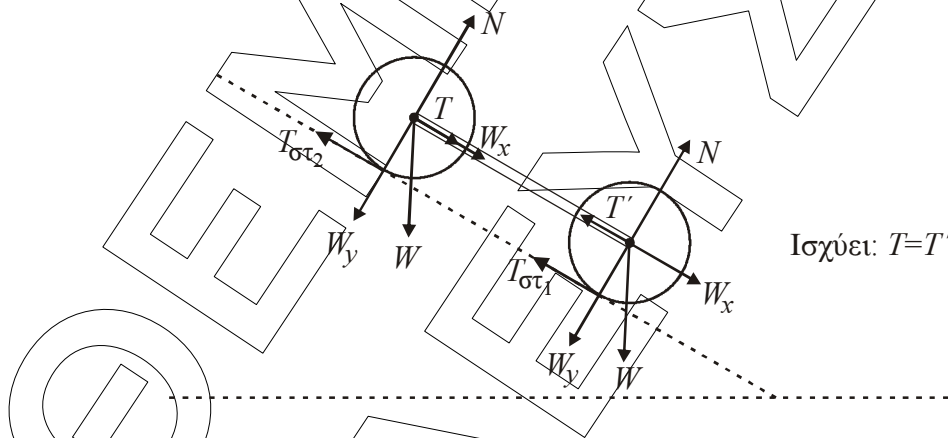
Από (5), (6) έχω:

$$5M - M \cdot a_{cm_2} = M \cdot a_{cm_2} \Rightarrow 5 - a_{cm_2} = a_{cm_2} \Rightarrow 2a_{cm_2} = 5 \Rightarrow a_{cm_2} = \frac{5}{2} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Άρα: } a_{cm_1} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2 > a_{cm_2} = \frac{5}{2} \text{ m/s}^2.$$

Ο δίσκος κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Δ3.



Αφού τα δύο στερεά είναι συνδεδεμένα με ράβδο όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, διαπιστώνουμε ότι κινούνται με κοινή ταχύτητα κέντρου μάζας (v_{cm}).

Ισχύει: $K_{\text{δίσκου}} = K_1 = K_1 \text{ μεταφ.} + K_1 \text{ περισ.} \Rightarrow$

$$K_1 = \frac{1}{2} M \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} M \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{v_{cm}^2}{R^2} \Rightarrow K_1 = \frac{3}{4} M \cdot v_{cm}^2 \quad (7)$$

Ομοίως για τον δακτύλιο ισχύει:

$$K_{\text{δακτ.}} = K_2 = K_{2 \text{ μεταφ.}} + K_{2 \text{ περισ.}} \Rightarrow$$

$$K_2 = \frac{1}{2} M \cdot v_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2} I_2 \cdot \omega_2^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} M \cdot v_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \frac{v_{\text{cm}}^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$K_2 = M \cdot v_{\text{cm}}^2 \quad (8)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (7), (8) έχω:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{3}{4} M \cdot v_{\text{cm}}^2}{M \cdot v_{\text{cm}}^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}.$$

- Δ4.** Εξαιτίας του ότι η ράβδος είναι αβαρής ισχύει $T = T'$. Επίσης, επειδή τα δύο στερεά είναι συνδεδεμένα με τη ράβδο ισχύει: $a_{\text{cm}_1} = a_{\text{cm}_2} = a_{\text{cm}}$.

Για το δίσκο έχω:

Μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow W_x - T - T_{\sigma_1} = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow M \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ - T - T_{\sigma_1} = M \cdot a_{\text{cm}} \quad (9)$$

$$\text{Στροφική κίνηση: } \Sigma \tau = I_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow T_{\sigma_1} \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a_{\text{cm}}}{R} \Rightarrow T_{\sigma_1} = \frac{M \cdot a_{\text{cm}}}{2} \quad (10)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (9) και (10) έχουμε:

$$M \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ - T = \frac{3}{2} M \cdot a_{\text{cm}} \quad (11)$$

Για το δακτύλιο έχω:

Μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow W_x + T - T_{\sigma_2} = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow M \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ + T - T_{\sigma_2} = M \cdot a_{\text{cm}} \quad (12)$$

Περιστροφική κίνηση: $\Sigma \tau = I_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow$

$$T_{\sigma_2} \cdot R = M \cdot R^2 \cdot \frac{a_{\text{cm}}}{R} \Rightarrow T_{\sigma_2} = M \cdot a_{\text{cm}} \quad (13)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (12) και (13) έχουμε:

$$M \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ + T = 2M \cdot a_{\text{cm}} \quad (14)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (11) και (14) έχουμε:

$$2M \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ = \frac{7}{2} M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow a_{\text{cm}} = \frac{20}{7} \text{ m/s}^2.$$

Με αντικατάσταση στην (14) προκύπτει:

$$T = 2M \cdot a_{\text{cm}} - Mg \eta\mu \phi = 2 \cdot 1,4 \cdot \frac{20}{7} - 1,4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 8 - 7 \Rightarrow T = 1 \text{ N}$$