

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

2009

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B ισχύει ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Μονάδες 10

- B. Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n ($k \leq n$), να ορίσετε τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$.

Μονάδες 5

- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) + f(x)g(x)$$

Μονάδες 2

- β. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , τότε ισχύει ότι

$$A - B = A \cap B'$$

Μονάδες 2

- γ. Για τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ ισχύει ότι

$$(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$$

Μονάδες 2

- δ. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 2

- ε. Η μέση τιμή ενός συνόλου n παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές x_i , $i = 1, 2, 3, 4$ μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες v_i , $i = 1, 2, 3, 4$. Η συχνότητα v_2 που αντιστοιχεί στην τιμή $x_2 = 3$ είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με $\bar{x} = 4$.

x_i	v_i
2	6
3	;
5	3
8	4

- α. Να αποδείξετε ότι $v_2 = 7$. **Μονάδες 9**
- β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9. **Μονάδες 9**
- γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής X είναι ομοιογενές.
Δίνεται ότι $\sqrt{4,9} \approx 2,2$. **Μονάδες 7**

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 7$, όπου a πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει

$$2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2, \quad x \in \mathbb{R}$$

- α. Να δείξετε ότι $a = 9$. **Μονάδες 7**
- β. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$. **Μονάδες 8**
- γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -3x$. **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x - \frac{x}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2$, $x > 0$ όπου λ ένας πραγματικός αριθμός.

- A.
- α. Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως αύξουσα και το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα. **Μονάδες 6**
- β. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τα ακρότατα. **Μονάδες 6**

B. Θεωρούμε ότι οι τιμές της συνάρτησης $f(2), f(4), f(8), f(3)$ και $f(5)$ είναι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X .

α. Αν R είναι το εύρος και δ η διάμεσος των παρατηρήσεων, ναδειχθεί ότι

$$R = 3 + \ln \frac{1}{4} \quad \text{και} \quad \delta = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$$

Μονάδες 7

β. Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ο οποίος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα. Αν το λ παίρνει τιμές στο δειγματικό χώρο Ω , να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου

$$A = \{\lambda \in \Omega \mid R + \delta < -2\}$$

Μονάδες 6