

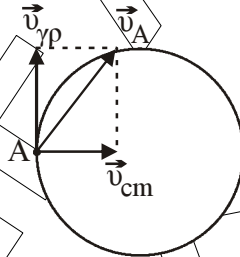
**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

1. γ
2. α
3. β
4. γ
5. α Λ  
β Λ  
γ Σ  
δ Σ  
ε Λ

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

1.



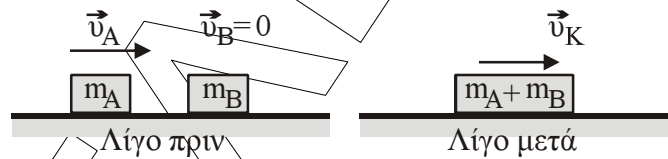
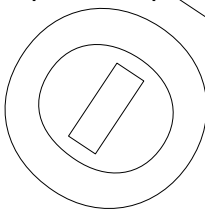
Επειδή ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, για τα σημεία της περιφέρειας ισχύει

$$|\vec{v}_{\gamma\rho}| = |\vec{v}_{cm}| \text{ άρα } |\vec{v}_A| = |\vec{v}_{cm}| \neq v_o.$$

$$\text{Άρα } \vec{v}_A = \vec{v}_{\gamma\rho} + \vec{v}_{cm} \Rightarrow v_A = \sqrt{v_o^2 + v_o^2} = v_o \sqrt{2}.$$

Άρα σωστή είναι η β.

2.



Εφαρμογή ΑΔΟ:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow m_A v_A = (m_A + m_B) v_K \Rightarrow m_A v_A = 3m_A v_K \Rightarrow v_K = \frac{v_A}{3}.$$

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

$$K_{\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_K^2 = \frac{1}{2} 3m_A \frac{v_A^2}{9} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} m_A v_A^2.$$

$$\Delta K = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} m_A v_A^2 - \frac{1}{2} m_A v_A^2 = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} m_A v_A^2 \Rightarrow \Delta K = -\frac{1}{3} m_A v_A^2.$$

Άρα σωστή είναι η β.

3.

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{v^2}{v_0^2} \\ \alpha &= -\alpha_0 \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \eta \mu^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$1 = \frac{v^2}{v_0^2} + \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} \Rightarrow 1 = \frac{v^2}{v_0^2} + \frac{\alpha^2}{\omega^4 A^2} \Rightarrow$$

$$1 = \frac{v^2}{v_0^2} + \frac{\alpha^2}{\omega^2 v_0^2} \Rightarrow \omega^2 v_0^2 = v^2 \omega^2 + \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = \omega^2 (v_0^2 - v^2)$$

Άρα σωστή η (γ)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

α) Η εξίσωση του κύματος είναι:  $y = 0,4 \eta \mu 2\pi(2t - 0,5x)$  (S.I)

Από τη θεωρία  $y = A \eta \mu 2\pi(f t - \frac{x}{\lambda})$  με σύγκριση έχουμε:

$$\frac{1}{\lambda} = 0,5 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m.}$$

Επίσης  $f = 2 \text{ Hz.}$

Άρα η ταχύτητα διάδοσης είναι  $v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m/s}$

β) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι:

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow v_{\max} = 2\pi \cdot 2 \cdot 0,4 \Rightarrow v_{\max} = 1,6\pi \text{ m/s.}$$

γ) Για δύο σημεία του μέσου έχουμε:

$$\phi_A = 2\pi \left( \frac{t_1}{T} - \frac{x_A}{\lambda} \right)$$

$$\phi_B = 2\pi \left( \frac{t_1}{T} - \frac{x_B}{\lambda} \right), \text{ με } x_A < x_B \text{ ή } \phi_A > \phi_B$$

$$\text{Άρα } \Delta\phi = \phi_A - \phi_B \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi \left( \frac{t_1}{T} - \frac{x_A}{\lambda} \right) - 2\pi \left( \frac{t_1}{T} - \frac{x_B}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{t_1}{T} - \frac{2\pi x_A}{\lambda} - 2\pi \frac{t_1}{T} + \frac{2\pi x_B}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} (x_B - x_A) \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

$$\text{Άρα: } \Delta\phi = 2\pi \frac{1,5}{2} \Rightarrow \Delta\phi = 1,5\pi \text{ rad}$$

$$\delta) t_1 = \frac{11}{8} \text{ sec}$$

$$y = 0,4 \text{ ημ} 2\pi(2t_1 - 0,5x) \Rightarrow y = 0,4 \text{ ημ} 2\pi\left(2\frac{11}{8} - 0,5x\right) \Rightarrow y = 0,4 \text{ ημ} 2\pi\left(\frac{11}{4} - \frac{x}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

Για το στιγμιότυπο έχουμε:

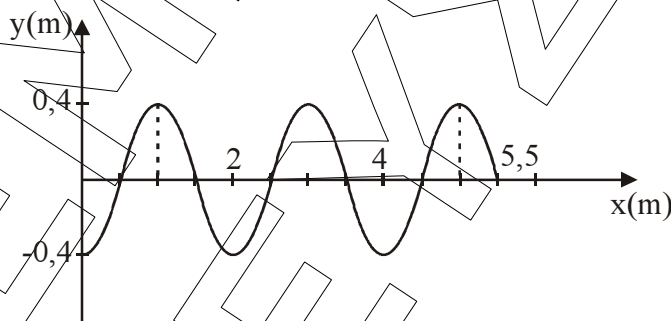
$$t_1 = \frac{11}{8} = 1,375 \text{ sec} \quad \text{ή} \quad T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 0,5 \text{ sec}$$

$$\text{Άρα η } t_1 = 1,375 \text{ sec} = 2 \cdot 0,5 + \frac{3 \cdot 0,5}{4} \Rightarrow t_1 = 2T + \frac{3T}{4}$$

Μηδενίζουμε τη φάση για να βρούμε το πιο απομακρυσμένο σημείο  $x_{\max}$  που έχει φτάσει το κύμα την  $t_1$ .

$$0 = \varphi = 2\pi\left(\frac{11}{4} - \frac{x_{\max}}{2}\right) \Rightarrow 0 = 2\pi\left(\frac{11}{4} - \frac{x_{\max}}{2}\right) \Rightarrow x_{\max} = \frac{11\pi}{2\pi} \Rightarrow x_{\max} = 5,5 \text{ m}$$

Κατασκευάζουμε το στιγμιότυπο του κύματος για  $t_1 = \frac{11}{8} \text{ sec}$



#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

α. Αρχικά το στερεό  $\Pi$  ισορροπεί

$$\text{Άρα } \vec{\Sigma \tau} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\tau}_F + \vec{\tau}_T = \vec{0} \Leftrightarrow F \cdot 2R - T \cdot R = 0 \Leftrightarrow T = 2F \quad (1)$$

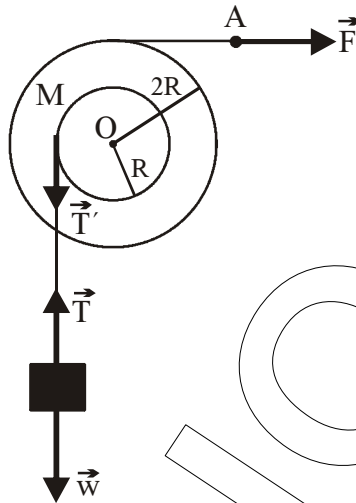
$$\text{Ισχύει } T' = T \quad (2)$$

επειδή το σχοινί είναι αβαρές.

$$\text{Το σώμα } m \text{ ισορροπεί άρα } \vec{\Sigma \vec{F}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T} + \vec{W} = \vec{0} \Leftrightarrow T - W = 0 \Leftrightarrow T = W \quad (3)$$

Επομένως η (1) από (2) και (3) θα γίνει:

$$W = 2F \Leftrightarrow F = \frac{W}{2} = \frac{m \cdot g}{2} = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100 \text{ N}$$



β. Για την περιστροφική κίνηση του στερεού:

$$\Sigma \vec{\tau} = I \vec{a}_\gamma \Rightarrow \vec{\tau}_F + \vec{\tau}_T = I \vec{a}_\gamma \Rightarrow F \cdot 2R - TR = MR^2 a_\gamma \quad (1)$$

Επειδή δεν υπάρχει ολίσθηση μεταξύ σχοινιού και τροχαλίας τα σημεία της περιφέρειας του μικρού κυλίνδρου, τα σημεία του σχοινιού και το σώμα μάζας  $m$ , έχουν κάθε στιγμή το ίδιο μέτρο ταχύτητας.

Για οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας ισχύει

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv_{cm}}{dt} \Rightarrow \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{dv_{cm}}{dt} \Rightarrow \alpha_\gamma \cdot R = \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow F \cdot 2R - TR = M \cdot R^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow 2F - T = M \cdot \alpha_{cm} \quad (3)$$

Για την μεταφορική κίνηση του σώματος  $\Sigma$  ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow T - mg = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow T = m \cdot \alpha_{cm} + mg \quad (4)$$

$$(3) \stackrel{(4)}{\Rightarrow} 2F - m \cdot \alpha_{cm} - mg = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow 2F - mg = (M + m) \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2F - mg}{M + m} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{230 - 200}{30} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1 \text{ m/s}^2$$

γ.  $L = I \cdot \omega_1$  (5)

από τις εξισώσεις κίνησης, για το σώμα  $\Sigma$

$$y = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2y}{a_{cm}}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_{cm}}} \Rightarrow t_1 = 2 \text{ sec}.$$

$$a_\gamma = \frac{a_{cm}}{R} = \frac{1}{0,2} \Rightarrow a_\gamma = 5 \text{ rad/s}^2.$$

$$\omega_1 = a_\gamma \cdot t \Rightarrow \omega_1 = a_\gamma \cdot t_1 \Rightarrow \omega_1 = 10 \text{ rad/s}$$

$$(5) \Rightarrow L_1 = MR^2 \cdot \omega_1 \Rightarrow L_1 = 10 \cdot 0,04 \cdot 10 \Rightarrow L_1 = 4 \text{ Kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

δ. για τον κύλινδρο ακτίνας  $2R$  ισχύει:

$$\Delta s = 2R \cdot \Delta \theta \quad (6)$$

για τον κύλινδρο ακτίνας  $R$  ισχύει:

$$\Delta s' = R \cdot \Delta \theta' \quad (7)$$

$\Delta \theta = \Delta \theta'$  (οι δύο κύλινδροι στρέφονται γύρω από κοινό άξονα σαν ένα στερεό σώμα)

$$(6)(7) \Rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta s'} = \frac{2R \cdot \Delta \theta'}{R \cdot \Delta \theta'} \Rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta s'} = 2 \Rightarrow \Delta s = 2 \Delta s' \Rightarrow \Delta s = 2h = 2 \cdot 2 \Rightarrow \Delta s = 4 \text{ m}.$$

Εναλλακτικός τρόπος επίλυσης:

Η επιτάχυνση του σημείου  $A$  είναι  $a_A = a_{\gamma \text{ων}} 2R \Rightarrow a_A = 5 \cdot 2 \cdot 0,2 = 2 \text{ m/s}^2$

Άρα, η μετατόπιση του σημείου  $A$ , εξ' αιτίας της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης χωρίς αρχική ταχύτητα κίνησής του, θα είναι:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t_1^2 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 = 4 \text{ m}$$

ε.  $W_F = F \cdot \Delta s = 115 \cdot 4 = 460 \text{ J}$

$$K_{\text{περ}} = \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} MR^2 \omega_1^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,04 \cdot 100 = 20 \text{ J}$$

$$\text{Επομένως } \frac{K_{\text{περ}}}{W_F} = \frac{20}{460} = \frac{1}{23} = 0,0435 \text{ ή } 4,35\%$$