

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο, σελ. 31

A2. α) Λάθος β) Σωστό γ) Σωστό

A3. α) $(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$

β) $(\sin x)' = \cos x$

$$\gamma) \bar{x} = \frac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \dots + x_v \cdot w_v}{w_1 + w_2 + \dots + w_v} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^v w_i}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Έχουμε $\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 1+2=3$

Δηλαδή, $\kappa \neq 3$

B2. Για $\kappa=3$, οι βαθμοί του φοιτητή είναι:

4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4

Διατάσσουμε σε αύξουσα σειρά:

3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7

$$\bar{x} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_v}{v} = \frac{3+4+4+4+5+5+6+6+6+7}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

Δηλαδή: $\bar{x} = 5$.

B3. Έχουμε: $s^2 = \frac{(t_1 - \bar{x})^2 + (t_2 - \bar{x})^2 + \dots + (t_v - \bar{x})^2}{v}$

$$= \frac{(3-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (6-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2}{10}$$

$$= \frac{4+1+1+1+0+0+1+1+1+4}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

Δηλαδή: $s^2 = 1,4$.

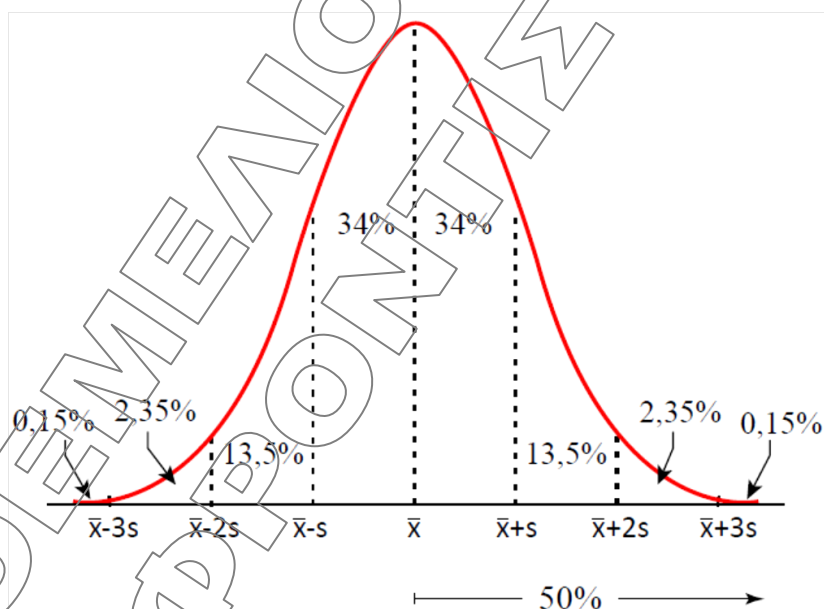
B4. $C.V. = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} \cdot 100\% = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\%$

$$C.V. = \frac{\sqrt{1,4}}{5} \cdot 100\% = \frac{1,18}{5} \cdot 100\% = 23,6\%$$

Δηλαδή: $C.V = 23,6\%$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Απ' την καμπύλη συχνοτήτων της κανονικής κατανομής



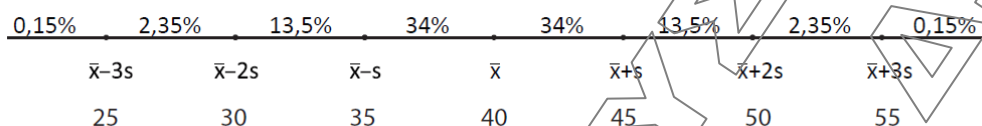
κι εφόσον το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών, συμπεραίνουμε ότι:

$$\bar{x} = 40 \text{ έτη.}$$

- Γ2.** Αφού το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη των 35 ετών, απ' την καμπύλη συχνοτήτων της κανονικής κατανομής, έχουμε:

$$\bar{x} - s = 35 \Rightarrow \overset{\bar{x}=40}{40} - s = 35 \Rightarrow \boxed{s=5} \text{ έτη.}$$

- Γ3.** Για $\bar{x}=40$ και $s=5$, έχουμε:



Το ποσοστό των εργαζομένων που έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών είναι:

$$13,5\% + 2,35\% + 0,15\% = 16\%$$

Αφού οι εργαζόμενοι της επιχείρησης είναι 400, τότε το πλήθος των εργαζομένων με ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών είναι:

$$\frac{16}{100} \cdot 400 = 64 \text{ εργαζόμενοι}$$

- Γ4.** Απ' τον πίνακα του Γ3., το ποσοστό των εργαζομένων που έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 30 ετών και μικρότερη των 45 είναι:

$$13,5\% + 34\% + 34\% = 81,5\%$$

Οπότε, το ζητούμενο πλήθος είναι:

$$\frac{81,5}{100} \cdot 400 = 326 \text{ εργαζόμενοι}$$

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1.** Κατ' αρχάς $A = \mathbb{R}$.

Παραγωγίζω την f κι έχω:

$$f'(x) = -\frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 2 \cdot 2x - 3 \cdot 1 + 0 = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x=1 \text{ ή } x=3$$

Ο πίνακας μονοτονίας της f , είναι:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	—	+	—	
$f(x)$				
		T.E	T.M	

Επομένως,

- $f \uparrow$, όταν $x \in [1, 3]$ και
- $f \downarrow$, όταν $x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

Δ2. Απ' τον παραπάνω πίνακα μονοτονίας (Δ1.), έχουμε:

- η f παρουσιάζει για $x_1 = 1$ τοπικό ελάχιστο τον αριθμό $f(1) = -\frac{1}{3}$ και
- η f παρουσιάζει για $x_2 = 3$ τοπικό μέγιστο τον αριθμό $f(3) = 1$.

Δ3. Έστω $M(x_0, f(x_0))$ το ζητούμενο σημείο.

Αφού η εφαπτομένη (ε) της γραφικής παράστασης της f στο M είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x + 2017$, τότε $\lambda = 1$ ($(\varepsilon) \parallel (\eta) \Rightarrow \lambda_\varepsilon = \lambda_\eta$).

Όμως, ο συντελεστής διεύθυνσης της (ε) στο M είναι ίσος με $f'(x_0)$.

Επομένως,

$$f'(x_0) = 1 \Rightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Rightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Rightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x_0 - 2 = 0 \Rightarrow x_0 = 2.$$

Άρα, το ζητούμενο σημείο είναι $M(2, f(2))$.

$$\text{Όμως, } f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = \frac{1}{3}.$$

Επομένως, $\boxed{M\left(2, \frac{1}{3}\right)}$.

Δ4. Κατ' αρχάς, $f''(x) = -2x + 4$.

Οπότε, για τα σημεία M_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$ θα ισχύουν:

$$y_i = -2x_i + 4, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

Δίνεται ότι: $s_x = 3$.

Για την τυπική απόκλιση των τεταγμένων y_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$ από εφαρμογή του σχολικού βιβλίου, έχουμε:

$$s_y = |c| \cdot s_x = |-2| \cdot 3 = 6,$$

δηλαδή, $s_y = 6$.

ΚΑΛΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ!!!