

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. β

A2. γ

A3. α

A4. γ

A5. α) Λάθος β) Σωστό γ) Λάθος δ) Σωστό ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Πριν την κρούση $f_1 = \frac{U_H}{U_H + U_S} \cdot f_1 = \frac{U_H}{\frac{21}{20}U_H} \cdot f_1 = \frac{20}{21}f_1$

Εφαρμόζω ΑΔΟ για την πλαστική κρούση: $\vec{P}_{ολ(αρχ)} = \vec{P}_{ολ(τελ)}$

$$mU_S = 2m \cdot U'_S \rightarrow U'_S = \frac{U_1}{2} = \frac{U_H}{40}$$

Μετά την κρούση:

$$f_2 = \frac{U_H}{U_H + U'_S} \cdot f_s = \frac{U_H}{\frac{21}{20}U_H} \cdot f_s = \frac{40}{41}f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} \cdot f_s}{\frac{40}{41} \cdot f_s} = \frac{20 \cdot 41}{40 \cdot 21} = \frac{41}{42}$$

Σωστή απάντηση: ii

B2. Εξ συνεχείας για τις (1) και (2) του σωλήνα: $\Pi_1 = \Pi_2$

$$A_1 U_1 = A_2 U_2$$

$$2 \cancel{A_2} \cdot U_1 = \cancel{A_2} U_2$$

$$U_1 = \frac{U_2}{2}$$

Εξίσωση Bernoulli $\Delta \rightarrow r$ $P_\Delta + \frac{1}{2} \rho U_1^2 = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho U_2^2$

$$\cancel{P_{\text{atm}}} + \cancel{\rho} gh + \frac{1}{2} \cancel{\rho} U_1^2 = \cancel{P_{\text{atm}}} + \frac{1}{2} \cancel{\rho} U_2^2$$

$$gh + \frac{1}{2} \cdot \frac{U_2^2}{4} = \frac{1}{2} U_2^2 \rightarrow 8gh + U_2^2 = 4U_2^2$$

$$\rightarrow 8gh = 3U_2^2$$

$$\rightarrow U_2 = \sqrt{\frac{8gh}{3}}$$

Εξίσωση Bernoulli (επιφάνεια του δοχείου $\rightarrow 3$)

$$\cancel{P_{\text{atm}}} + \rho gH = \cancel{P_{\text{atm}}} + \frac{1}{2} \rho U_3^2$$

$$U_3 = \sqrt{2gH}$$

$$\Pi_2 = \Pi_3 \rightarrow A_2 \cdot U_2 = A_3 \cdot U_3$$

$$\rightarrow 2 \cancel{A_3} \cdot U_2 = \cancel{A_3} \cdot U_3$$

$$\rightarrow 4U_2^2 = U_3^2$$

$$\rightarrow 4 \cdot \frac{8gh}{3} = U_3^2$$

$$\rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$$

Σωστή απάντηση: iii

B3. Εφαρμόζω ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την (ΟΑ) στην (ΟΔ):

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\tau_f}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2 - 0 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M L^2 \cdot \omega^2 = 9\pi \cdot L \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{M L \omega^2}{3} = 9\pi \rightarrow \omega = 3\pi \text{ rad/s}$$

Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής για την κρούση ράβδου – σημειακής μάζας.

$$\vec{I}_{\text{ολ(αρχ)}} = \vec{I}_{\text{ολ(τελ)}}$$

$$I \cdot \omega = (I + m L^2) \cdot \omega'$$

$$\frac{1}{3} m L^2 \cdot \omega = \left(\frac{1}{3} m L^2 + m L^2 \right) \cdot \omega'$$

$$\frac{1}{3} m L^2 \cdot \omega = \frac{(M + 3m) L^2}{3} \cdot \omega'$$

$$3 \cdot \omega = 6 \cdot \omega' \rightarrow \omega' = \frac{\omega}{2} \rightarrow \omega' = \frac{3\pi}{2} \text{ rad/s}$$

Για την περιστροφή της ράβδου από την (ΟΔ) μέχρι την (ΟΕ) ισχύει:

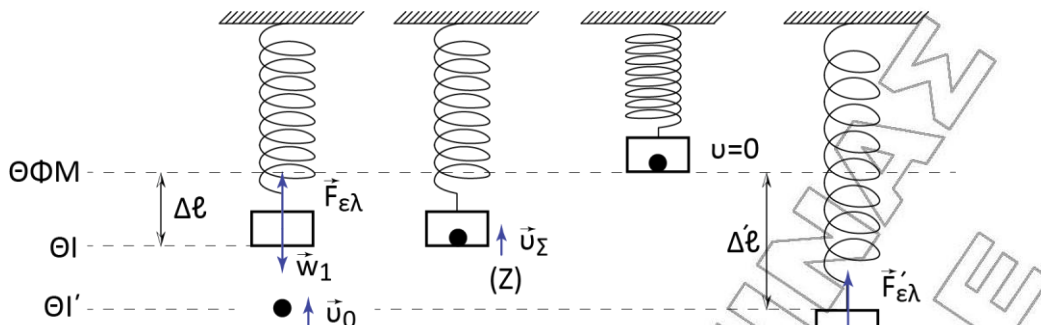
$$\omega' = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\psi}{\omega'} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

Σωστή απάντηση: ii

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



ΘΙ $\Sigma F = 0 \rightarrow F_{ελ} = w_1 \rightarrow k\Delta\ell = m_1 g$

$\rightarrow k = \frac{m_1 g}{\Delta\ell} = \frac{10}{0,05} \rightarrow \boxed{k = 200 \text{ N/m}}$

ΘΙ' $\Sigma F = 0 \rightarrow F'_{ελ} = w_{1,2} \rightarrow k\Delta\ell' = (m_1 + m_2) g$

$\rightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1 + m_2) g}{k} = 0,1 \text{ m}$

Άρα $\Delta\ell' = A \rightarrow \boxed{A = 0,1 \text{ m}}$

Αφού η Θ.Φ.Μ είναι η πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης.

Γ2. Για το $m_1 + m_2 \rightarrow \text{ΑΔΕΤ (Z)}$

$E_T = k + U_T$

$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_z^2 + \frac{1}{2} k x^2$

(όπου $x = \Delta\ell' - \Delta\ell$)
 $x = 0,05 \text{ m}$

$v_z^2 = \frac{k(A^2 - x^2)}{m_1 + m_2}$

$|v_z| = \sqrt{\frac{200 \cdot 3 \cdot 0,01}{4 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$

Εφαρμόζω ΑΔΟ (κρούση)

$$\vec{P}_{ολ(αρχ)} = \vec{P}_{ολ(τελ)}$$

$$m_2 \cdot u_0 = (m_1 + m_2) V_z$$

$$u_0 = 2 \cdot V_z \rightarrow \boxed{u_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}}$$

$$k_2 = \frac{1}{2} m_2 u_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = \boxed{1,5 \text{ J}}$$

Γ3. $\Delta \vec{P}_2 = \vec{P}'_2 - \vec{P}_2$

$$\Delta P_2 = m_2 \cdot v_2 - m_2 \cdot u_0$$

$$\Delta P_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \right) \text{ kg m/s} \rightarrow \Delta P_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ kg m/s}$$

Άρα $|\Delta \vec{P}_2| = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ kg m/sec}$ με φορά προς τα κάτω.

Γ4. $x = A \eta \mu(\omega t + \phi_0) \xrightarrow{t=0} 0,05 = 0,1 \eta \mu \phi_0$

$$\rightarrow \eta \mu \phi_0 = \frac{1}{2} \rightarrow \eta \mu \phi_0 = \eta \mu \frac{\pi}{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ \phi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{array} \right. \xrightarrow{0 \leq \phi_0 < 2\pi} \left\{ \begin{array}{l} \phi_0 = \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ \phi_0 = \pi - \frac{\pi}{6} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (v > 0) \\ \\ (v < 0) \end{array}$$

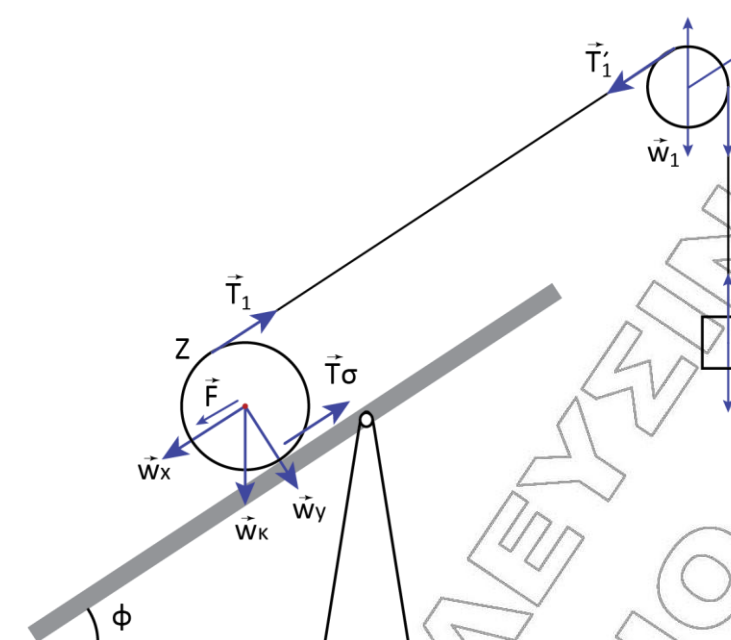
Άρα $\boxed{\phi_0 = \frac{\pi}{6}}$

$$κ \quad D = κ = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{κ}{m_1 + m_2}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$x = 0,1 \eta \mu \left(10t + \frac{\pi}{6} \right) \quad (\text{S.I.})$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$$\left. \begin{matrix} T_1 = T'_1 \\ T_2 = T'_2 \end{matrix} \right\} \text{αβαρές και μη εκτατό νήμα}$$

$$(\Sigma): \Sigma F = 0 \rightarrow T_2 = W_z \rightarrow T_2 = M_z g = 20 \text{ N } (=T'_2)$$

$$\text{Τροχαλία: } \overset{\text{άξονα}}{\Sigma \tau} = 0 \rightarrow T'_2 \cdot R_T = T'_1 \cdot R_T \rightarrow T'_1 = T'_2 = 20 \text{ N } (=T_1)$$

$$\text{Κύλινδρος: } \Sigma \tau = 0 \rightarrow T_1 \cdot R_K - T\sigma \cdot R_K = 0 \rightarrow T_1 = T\sigma \rightarrow T\sigma = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F + W_x - T_1 - T\sigma = 0$$

$$\rightarrow F = T_1 + T\sigma - M_K \cdot g \cdot \sin \phi$$

$$\rightarrow F = 20 + 20 - 10 \rightarrow F = 30 \text{ N}$$

Δ2. Οι τιμές των τάσεων και της $T\sigma$ αλλάζουν για τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις ισχύει:

$$U_z = U_{\text{γρ(τροχ)}} = \omega_r \cdot R_r$$

$$\left. \begin{matrix} U_z = U_z \\ U_z = U_{\text{cm}} + U_{\text{γρ}} = 2U_{\text{cm}} \end{matrix} \right\} U_z = 2U_{\text{cm}}$$

Άρα και

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu_{\tau}} \cdot R_{\tau}$$

$$\alpha_{\Sigma} = 2 \cdot \alpha_{cm}$$

ενώ

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu_{\kappa}} \cdot R_{\kappa}$$

Κύλινδρος:

$$\Sigma F_x = M\kappa \cdot \alpha_{cm}$$

$$T_1 + T\sigma - W_x = M\kappa \cdot \alpha_{cm}$$

$$T_1 + T\sigma - M\kappa g \eta \mu \phi = M_{cm} = M\kappa \cdot \alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Sigma \tau = I_{\kappa} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_{(\kappa)}} &\rightarrow T_1 \cdot R_{\kappa} - T\sigma \cdot R_{\kappa} = \frac{1}{2} M\kappa \cdot R_{\kappa} \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R_{\kappa}} \\ &\rightarrow T_1 - T\sigma = \frac{1}{2} M\kappa \cdot \alpha_{cm} \quad (2) \end{aligned}$$

$$(\Sigma): \Sigma F = M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma} \rightarrow W_{\Sigma} - T_2 = M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma} \rightarrow T_2 = M_{\Sigma} g - M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma}$$

$$\begin{aligned} \text{Τροχαλία: } \Sigma_2 = I_{\tau} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_{\tau}} &\rightarrow T_2' \cdot R_{\tau} - T_1' \cdot R_{\tau} = \frac{1}{2} M_{\tau} \cdot R_{\tau} \cdot \frac{\alpha_{\Sigma}}{R_{\tau}} \\ &\rightarrow T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M_{\tau} \cdot \alpha_{\Sigma} \end{aligned}$$

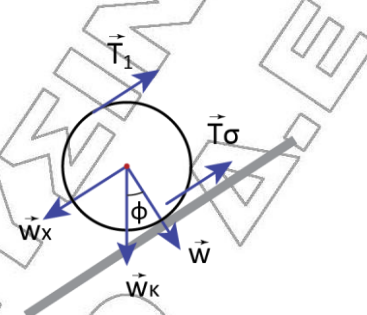
$$(M_{\Sigma} g - M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma}) - \left(\frac{M_{\kappa} g \eta \mu \phi}{2} + \frac{3}{4} M_{\kappa} \alpha_{cm} \right) = \frac{1}{2} M_{\tau} \cdot \alpha_{\Sigma}$$

$$M_{\Sigma} g - M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma} - \frac{M_{\kappa} g \eta \mu \phi}{2} - \frac{3}{4} M_{\kappa} \frac{\alpha_{\Sigma}}{2} = \frac{1}{2} M_{\tau} \cdot \alpha_{\Sigma}$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha_{\Sigma} = 4 \text{ m/s}^2}$$

και

$$\alpha_{cm} = \frac{\alpha_{\Sigma}}{2} \rightarrow \boxed{\alpha_{cm} = 2 \text{ m/s}^2}$$



Δ3. Την $t_1 = 0,5 \text{ s}$ ο κύλινδρος έχει $u_{cm1} = \alpha_{cm} \cdot t_1 = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ m/s}$

για $t > t_1$ ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x &= M \kappa \cdot \alpha'_{cm} \rightarrow W_x - T \sigma = M \kappa \cdot |\alpha'_{cm}| \\ \Sigma \tau &= I \kappa \cdot \alpha_{γων} \rightarrow T \sigma \cdot R \kappa = \frac{1}{2} M \kappa R \kappa \frac{|\alpha'_{cm}|}{R \kappa} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(+)}$$

$$\rightarrow M \kappa \cdot g \eta \mu \phi = \frac{3}{2} M \kappa \cdot |\alpha'_{cm}|$$

$$\rightarrow |\alpha'_{cm}| = \frac{2 g \eta \mu \phi}{3} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

Για την επιβραδυνόμενη κίνηση του κυλίνδρου (μεταφορικό μέρος της) ισχύει:

$$u_{cm}^0 = u_{cm1} - |\alpha'_{cm}| \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{u_{cm1}}{|\alpha'_{cm}|} = \frac{1}{10/3} = 0,3 \text{ s}$$

$$\text{Άρα } t_2 = t_1 + \Delta t = (0,5 + 0,3) = 0,8 \text{ s}$$

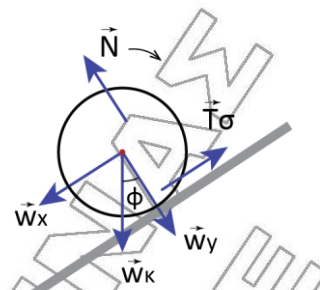
Δ4. Από $t=0$ έως $t_1=0,5 \text{ s}$:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \alpha_{cm} \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,5^2 = 0,25 \text{ m}$$

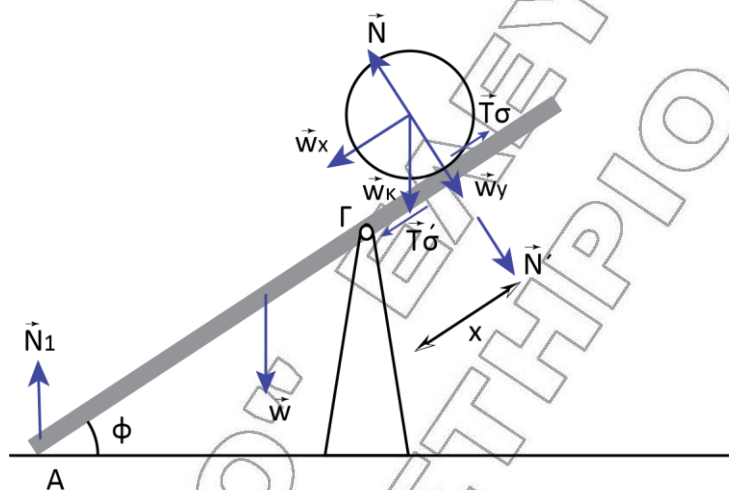
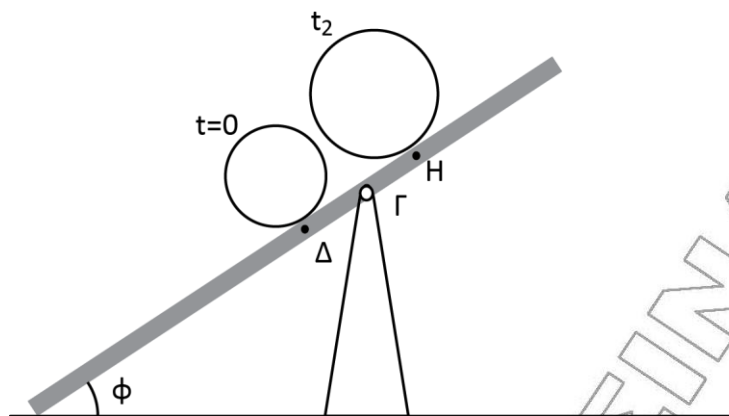
Από $t_1=0,5 \text{ s}$ έως $t_2=0,8 \text{ s}$:

$$\begin{aligned} \Delta x_2 &= u_{cm1} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} |\alpha'_{cm}| \cdot \Delta t^2 \\ &= 1 \cdot 0,3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 0,3^2 \rightarrow \Delta x_2 = 0,15 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } 0-t_2: S = (0,25 + 0,15) \text{ m} = 0,4 \text{ m}$$



Δ5. Αν η σανίδα δεν ανατρέπεται την t_2 τότε δεν ανατρέπεται και νωρίτερα.



Κύλινδρος:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = W_y - M_{kg} \sin \phi = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

Στη ράβδο ασκείται η αντίδρασή της $N' = 10\sqrt{3} \text{ N}$

Σανίδα:

$$\Sigma \tau^{(r)} = 0 \rightarrow W \cdot (\Gamma\Delta) \cdot \sin \phi - N' \cdot x - N_1 \cdot (A\Gamma) \sin \phi = 0$$

$$\rightarrow M_{g \cdot (\Gamma\Delta) \cdot \sin \phi - N' \cdot x = N_1 \cdot (A\Gamma) \cdot \sin \phi$$

$$\rightarrow 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} \cdot x = N_1 \cdot 2,5 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\rightarrow N_1 = \frac{4 - 20x}{2,5} \quad (\text{S.I.})$$

Για να μην ανατραπεί

$$N_{1,,} \geq 0 \rightarrow \frac{4-20x}{2,5} \geq 0 \rightarrow x \leq 0,2\text{m (πάνω από το Γ)}$$

Όμως την t_2 έχει φτάσει σε $(\Gamma\text{H})=0,2\text{m}$ Πάνω από το (Γ).

Δεν ανατρέπεται.

ΚΑΛΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ!!!