

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 65  
A2. Σχολικό βιβλίο σελ. 28  
A3. α) Λάθος    β) Σωστό    γ) Λάθος  
A4. α)  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$   
β)  $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$   
γ)  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

**ΘΕΜΑ Β**

- B1.  $f(x) = x^2 - ax + 2$ ,  $A_f = \mathbb{R}$   
Τον  $xx'$  τον τέμνει στο σημείο  $(1, 0)$ .  
Οπότε  
 $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - a \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow -a + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\alpha = 3$$

Άρα  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

- B2.  $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

Πρέπει

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{x^2} \neq 1 \Leftrightarrow |x| \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

$$A_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$B3. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

$$B4. \quad f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

Για

$$x=0: f(0) = 2$$

$$f'(0) = -3$$

$$y = \lambda x + \theta \quad \mu\epsilon \quad \theta = f(0) = 2$$

$$y = \lambda x + 2 \quad \text{και} \quad f'(0) = \lambda = -3$$

Άρα η εφαπτομένη είναι  $y = -3x + 2$

### ΘΕΜΑ Γ

#### Γ1.

Έτη υπηρεσίας [ , ) [4,8)	Κεντρική Τιμή $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$	$\alpha_i$
	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
<b>Σύνολο</b>		<b>50</b>	<b>1</b>	<b>360°</b>

$$x_1 = \frac{4+8}{2} = 6, \quad x_2 = \frac{8+12}{2} = 10$$

$$x_3 = \frac{12+16}{2} = 14, \quad x_4 = \frac{16+20}{2} = 18$$

$$v_2 = f_2 \cdot v = 0,3 \cdot 50 = 15$$

$$v_3 = f_3 \cdot v = 0,2 \cdot 50 = 10$$

$$\alpha_2 = 360^\circ \cdot f_2 = 360^\circ \cdot 0,3 = 108^\circ$$

$$\alpha_3 = 360^\circ \cdot f_3 = 360^\circ \cdot 0,2 = 72^\circ$$

Γ2. Με τουλάχιστον 8 έτη προϋπηρεσίας είναι:

$$v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45 \text{ εκπαιδευτικοί.}$$

Γ3. Με το πολύ 16 χρόνια είναι:

$$f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$$

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου είναι ίσο με το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων  $f_i$ . Δηλαδή είναι ίσο με 1.

#### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω ορθογώνιο με διαστάσεις  $x$  και  $y$ .

$$2x + 2y = 80 \Leftrightarrow$$

$$2y = 80 - 2x \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{80}{2} - \frac{2x}{2}$$

$$y = 40 - x$$

$$E = x \cdot y$$

Άρα

$$E(x) = 40x - x^2 \quad \boxed{x > 0} \quad \text{και}$$

$$y > 0 \Leftrightarrow 40 - x > 0 \Leftrightarrow \boxed{x < 40}$$

Άρα  $x \in (0, 40)$

Δ2.  $E'(x) = 40 - 2x$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow 40 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = 40 \Leftrightarrow x = 20$$

$x$	0	20	40
$E'(x)$	+	○	-
$E(x)$	↗		↘

Ο.Μ.

**Δ3.** Για  $x=20$  έχουμε μέγιστο εμβαδό:

$$E(20) = 40 \cdot 20 - 20^2 = 800 - 400 = 400m^2$$

**Δ4.**  $x_A = 29,5$       $x_B = 34,2$

Ανήκουν στο διάστημα  $(20, 40)$  όπου η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα.

Άρα

$$29,5 < 34,2 \stackrel{E \downarrow / (20, 40)}{\Leftrightarrow} E(29,5) > E(34,2)$$

**ΚΑΛΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ!!!**