ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Δ.Ε «ΘΕΜΕΛΙΟ» ΕΛΕΥΣΙΝΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 04 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28-29

Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

Α3. **α.** Λάθος **β.** Σωστό **γ.** Λάθος

Α4. **α.** $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

β. $\left(f\left(g(x)\right)\right)' = f'\left(g(x)\right)\cdot g'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\boxed{\bar{x}} = \dfrac{t_1 + t_2 + ... + t_5}{5} = \dfrac{25+10+5+20+15}{5} = \boxed{15}$

Διατάσσω τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά κι έχω

5, 10, 15, 20, 25

R = Μεγαλύτερη παρατήρηση – Μικρότερη παρατήρηση

$\boxed{R} = 25 - 5 = \boxed{20}$

Β2. $s^2 = \dfrac{1}{v}\cdot\sum_{i=i}^{v}\left(t_i - \bar{x}\right)^2$

$$s^2 = \frac{1}{5}\cdot\left[(5-15)^2 + (10-15)^2 + (15-15)^2 + (20-15)^2 + (25-15)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{5}\cdot(100+25+0+25+100)$$

$$= \frac{1}{5}\cdot 250$$

$$\boxed{s^2 = 50}$$

Β3. Κατ' αρχάς $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=5\sqrt{2}$

Έχουμε $CV=\dfrac{s}{\bar{x}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{15}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}>0{,}10$

Συνεπώς, το δείγμα ΔΕΝ είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Κατ' αρχάς, $f'(x)=3x^2-18x+\alpha$

Έχουμε $f'(1)=0$

$$3\cdot 1^2-18\cdot 1+\alpha=0$$
$$3-18+\alpha=0$$
$$\alpha=18-3$$
$$\boxed{\alpha=15}$$

Γ2. Για $\alpha=15$, οι f, f' γράφονται:

$$f(x)=x^3-9x^2+15\cdot x+1 \quad , \quad f'(x)=3x^2-18x+15$$

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $\mathrm{M}(2, f(2))$, έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με :

$$f'(2)=3\cdot 2^2-18\cdot 2+15=12-36+15=-9$$

Επομένως, η εξίσωσή της είναι:

$$(\varepsilon): y=-9x+\beta$$

Επίσης, $f(2)=2^3-9\cdot 2^2+15\cdot 2+1=8-36+30+1=3$

Επειδή όμως το σημείο $\mathrm{M}(2, f(2))=(2\,,3)$ ανήκει στην εφαπτομένη, έχουμε:

$$3=-9\cdot 2+\beta$$
$$3=-18+\beta$$
$$\beta=21$$

Άρα, η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $(\varepsilon): y=-9x+21$

Γ3. Έχουμε $f'(x)=0$

$$3x^2-18x+15=0$$

$$x^2-6x+5=0$$

$$x=1 \;\; ή \;\; x=5$$

Επομένως,

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	
			Τ.Μ.		Τ.Ε.		

Άρα, για τη μονοτονία, έχουμε:

- $f \uparrow / \, x\in(-\infty,1]\cup[5,+\infty)$
- $f \downarrow / \, x\in[1\,,\,5]$

ενώ για τα ακρότατα έχουμε:

- η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x=1$ τον αριθμό $f(1)=1^3-9\cdot 1^2+15\cdot 1+1=8$
- η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x=5$ τον αριθμό $f(5)=5^3-9\cdot 5^2+15\cdot 5+1=-24$

Γ4. $$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-18\cdot x+15}{x^2-1}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(3x-15)}{(x-1)(x+1)}=\frac{3\cdot 1-15}{1+1}=\frac{-12}{2}=\boxed{-6}$$

Για το $3x^2-18x+15$

3	-18	15	1
	3	-15	
3	-15	0	

$$3x^2-18x+15=(x-1)\cdot(3x-15)$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Πρέπει, $x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$

Επομένως, $\boxed{A=\mathbb{R}-\{-1\}}$

Για την παράγωγο της *f*, έχουμε:

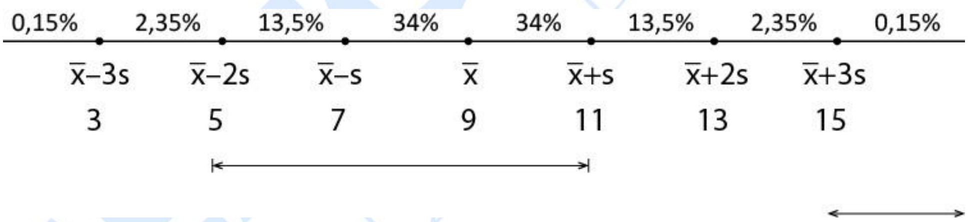
$$f'(x)=\frac{(x)'\cdot(x+1)-x\cdot(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{x+1-x}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}.$$

Δ2. Έχουμε, $f'(2)=\dfrac{1}{(2+1)^2}=\dfrac{1}{9}$ και $f'(1)=\dfrac{1}{(1+1)^2}=\dfrac{1}{4}$.

Επομένως, $\boxed{\bar{x}}=\dfrac{1}{f'(2)}=\dfrac{1}{\frac{1}{9}}=\boxed{9\ \lambda\varepsilon\pi\tau\acute{\alpha}}$

$$\boxed{s}=\frac{1}{2\cdot f'(1)}=\frac{1}{2\cdot\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{1}{2}}\boxed{2\ \lambda\varepsilon\pi\tau\acute{\alpha}}$$

Δ3.



Το ποσοστό των μαθητών που έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά, είναι:

$$13,5\%+34\%+34\%=81,5\%$$

Επομένως, το ζητούμενο πλήθος τους, είναι: $\dfrac{81,5}{100}\cdot 2000=\boxed{1630\ \mu\alpha\vartheta\eta\tau\acute{\varepsilon}\varsigma}$.

Το ποσοστό των μαθητών που έχουν χρόνο επιστροφής πάνω από 15, είναι: $0,15\%$.

Επομένως, το ζητούμενο πλήθος τους, είναι: $\dfrac{0,15}{100}\cdot 2000=\boxed{3\ \mu\alpha\vartheta\eta\tau\acute{\varepsilon}\varsigma}$.

Δ4. Στην περίπτωση που ο χρόνος επιστροφής των μαθητών της περιφέρειας αυξηθεί κατά 3 λεπτά, θα έχουμε:

$\boxed{\bar{y}} = \bar{x} + 3 = 9 + 3 = \boxed{12 \ \lambda\varepsilon\pi\tau\acute{\alpha}}$

$\boxed{s_y} = s_x = \boxed{2 \ \lambda\varepsilon\pi\tau\acute{\alpha}}$.

ΚΑΛΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ!!!