ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Δ.Ε «ΘΕΜΕΛΙΟ» ΕΛΕΥΣΙΝΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 03 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 30

Α2. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 22

Α3. **α)** Λάθος **β)** Σωστό **γ)** Σωστό **δ)** Λάθος **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f'(x)=6x^2+2\alpha\cdot x-12,\quad x\in\mathbb{R}$

Β2. Αφού η εφαπτομένη της C_f στο $x_0=1$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, τότε:

$$\alpha=0$$
$$f'(1)=0$$
$$6\cdot 1^2+2\alpha\cdot 1-12=0$$
$$2\alpha=6$$
$$\alpha=3$$

Β3. Για $\alpha=3$ οι συναρτήσεις f και f' γράφονται:

$$f(x)=2x^3+3x^2-12x+10,\quad x\in\mathbb{R}$$
$$f'(x)=6x^2+6x-12,\quad x\in\mathbb{R}$$

$$f'(x)=0$$
$$6x^2+6x-12=0$$
$$x^2+x-2=0$$
$$\Delta=1^2-4\cdot 1\cdot(-2)=1+8=9>0$$
$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2\cdot 1}=\frac{-1\pm 3}{2}$$
$$x_1=\frac{2}{2}=1\ ,\quad x_2=\frac{-4}{2}=-2$$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	T.M.	$\searrow$	T.E.	$\nearrow$	

Μονοτονία:

$f\uparrow / x\in(-\infty,-2)$

$f\downarrow / x\in[-2\,,\,1]$

$f\uparrow / x\in[1\,,+\infty)$

Ακρότατα:

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x=-2$ τον αριθμό

$f(-2)=2\cdot(-2)^3+3\cdot(-2)^2-12\cdot(-2)+10=-16+12+24+10=30$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x=1$ τον αριθμό

$f(1)=2\cdot1^3+3\cdot1^2-12\cdot1+10=2+3-12+10=3$

Β4. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f'(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{6x^2+6x-12}{x-1}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to1}\dfrac{6\cdot(x^2+x-2)}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{6\cdot(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=6\cdot(1+2)=18$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Παρατηρώ ότι: $x_3=18,\ x_4=22$

Επομένως,

$\bar{x}=14$

$\dfrac{10\cdot20+14\cdot15+18\cdot v_3+22\cdot5}{20+15+v_3+5}=14$

$\dfrac{520+18\cdot v_3}{40+v_3}=14$

$520+18\cdot v_3=14\cdot(40+v_3)$

$520+18\cdot v_3=560+14\cdot v_3$

$4\cdot v_3=40$

$v_3=10$

Γ2.

Κλάσεις [,)	Κεντρική Τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i \cdot v_i$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2 \cdot v_i$
$[8\,,12)$	10	20	200	16	320
$[12\,,16)$	14	15	210	0	0
$[16\,,20)$	18	10	180	16	160
$[20\,,24)$	22	5	110	64	320
ΣΥΝΟΛΟ		50	700		800

Γ3. $s^2=\frac{1}{v}\cdot\sum_{i=1}^{\kappa}(x_i-\bar{x})^2\cdot v_i$

Συμπληρώνω στον πίνακα του Γ2 τις στήλες $(x_i-\bar{x})^2$ και $(x_i-\bar{x})^2\cdot v_i$

Οπότε, έχουμε:

$$s^2=\frac{1}{50}\cdot 800=16$$

Γ4. $C.V=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{16}}{14}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$

Παρατηρώ ότι $C.V=\frac{2}{7}>\frac{1}{10}$, επομένως, το δείγμα <u>δεν</u> είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Παρατηρώ ότι:

$$f'(x)=-\frac{(1)'\cdot x^2-1\cdot(x^2)'}{(x^2)^2}=-\frac{-2x}{x^4}=\frac{2}{x^3}.$$

Επομένως, $f\uparrow / x\in(0,+\infty)$ και $f\downarrow / x\in(-\infty,0)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$+$
$f(x)$	↘	‖	↗

Δ2. Για κάθε $x \in [-4,-1]$, έχουμε:

$$-4 \le x \le -1$$

και επειδή $f \downarrow / x \in (-\infty, 0)$, παίρνουμε:

$$f(-4) \ge f(x) \ge f(-1)$$

$$-\frac{1}{(-4)^2} \ge f(x) \ge -\frac{1}{(-1)^2}$$

$$-\frac{1}{16} \ge f(x) \ge -1$$

$$\boxed{-1 \le f(x) \le -\frac{1}{16}}$$

Δ3. Έστω $(\varepsilon): y = \alpha \cdot x + \beta$ η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης.

Τότε, $\alpha = f'(1) = \frac{2}{1^3} = 2$, οπότε η εξίσωση εφαπτομένης, γράφεται $(\varepsilon): y = 2 \cdot x + \beta$

Έχουμε, $f(1) = -\frac{1}{1^2} = -1$ και

$M(1,-1) \in (\varepsilon)$: $-1 = 2 \cdot 1 + \beta \Rightarrow \beta = -3$

Επομένως, η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(1, f(1))$, είναι:

$$\boxed{(\varepsilon): y = 2 \cdot x - 3}$$

Δ4. Κατ' αρχάς, για τη μέση τιμή $\bar{y}$ και την τυπική απόκλιση s_y των τεταγμένων, έχουμε:

$\bar{y} = 2 \cdot \bar{x} - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 5$ και

$s_y = 2 \cdot s_x = 2 \cdot 2 = 4$.

Επομένως, ο ζητούμενος συντελεστής μεταβολής, είναι:

$CV_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{4}{5} = 0{,}8$ (ή 80%).

ΚΑΛΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ!!!